TERCERA PRÁCTICA CALIFICADA

BLOQUE A – Preguntas Teóricas - Conceptuales (8,0 PUNTOS)

1. Analice, justificadamente, la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

CÓDIGO PAR: (6,0 Puntos)

A) Sea $f : A \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ una función continua tal que $\forall \vec{x}, \vec{y} \in A$ Convexo se verifica que $f\left(\frac{1}{2}\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y}\right) \le \frac{1}{2}f\left(\vec{x}\right) + \frac{1}{2}f\left(\vec{y}\right)$ entonces dicha función es convexa.

B) Dados los Programas Matemáticos:

$$\left\{\begin{array}{c} P: \ \text{Máx } C^T x \\ Ax \le b \\ x \ge 0 \end{array}\right\} \qquad \left\{\begin{array}{c} Q: \ \text{Mín } b^T u \\ A^T u \ge c \\ u \ge 0 \end{array}\right\}$$

Cuyas soluciones son x^* y u^* respectivamente. Entonces $C^T x^* = b^T u^*$

C) Halle el (los) valor(es) de la constante para las cuales la Matriz de Hess de la función: $Q(x,y,z) = ax^2 + 2ay^2 + z^2 + 4xy + 2xz;$ $a \in R$ sea Definida Positiva.

CÓDIGO IMPAR: (6,0 Puntos)

D) Sea $f : A \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ una función continua tal que $\forall \vec{x}, \vec{y} \in A$ Cóncavo se verifica que $f\left(\frac{1}{2}\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y}\right) \ge \frac{1}{2}f\left(\vec{x}\right) + \frac{1}{2}f\left(\vec{y}\right)$ entonces dicha función es cóncava.

E) Dados los Programas Matemáticos:

$$\left\{\begin{array}{c} P: \ \text{Máx } C^T x \\ Ax \le b \\ x \ge 0 \end{array}\right\} \qquad \left\{\begin{array}{c} Q: \ \text{Mín } b^T u \\ A^T u \ge c \\ u \ge 0 \end{array}\right\}$$

Cuyas soluciones son x^* y u^* respectivamente. Entonces $C^T x^* = b^T u^*$

F) Halle el (los) valor(es) de la constante para las cuales la Matriz de Hess de la función: $Q(x,y,z) = ax^2 + 2y^2 + az^2 + 4xy + 2axz;$ $a \in R$ sea Definida Negativa.

2. Elija el concepto que más se ajusta a las definiciones siguientes, indicando en cada caso ejemplos aclaratorios. (2,0 Puntos)

A. Hiperplano Soporte
- a) Plano tangente a un conjunto dado.
- b) Plano frontera de un semiespacio que contiene a un conjunto dado.
- c) Plano de un hiperespacio que soporta a un conjunto dado.
- d) Plano separador de dos conjuntos tangentes.
- e) Ninguna de las Anteriores.

B. Multiplicador de Lagrange.
- a) Método de Resolución de un Programa Matemático con restricciones.
- b) Número que multiplica a las restricciones de un Programa Matemático.
- c) Variable que se agrega al Programa Matemático y que multiplica a las restricciones.
- d) Método Matemático para resolver un Programa Matemático irrestricto.
- e) Ninguna de las Anteriores.

C. Hiperplano Separador.

a) Plano tangente a dos conjuntos disjuntos.
b) Plano frontera de dos semiespacio que contiene a dos conjuntos, uno por lado.
c) Plano soporte de dos conjuntos tangentes.
d) Plano de un hiperespacio que separa a dos conjuntos dados.
e) Ninguna de las Anteriores.

D. Función de Lagrange.

a) Función que sirve en un Programa matemático con restricciones.
b) Función cuyo lagrangiano vale cero.
c) Función que se obtiene sumando las restricciones a la función objetiva.
d) Función inventada por Lagrange.
e) Ninguna de las Anteriores.

BLOQUE B – Preguntas sobre Análisis Convexo (4,0 PUNTOS)

3. Resuelva uno de los Problemas sobre Convexidad, según su Código de Estudiante:

Código PAR

A) Analice la convexidad de la función $f(x,y)=3x^2+4y^2-7xy$.

B) Sea la familia de funciones $f(x,y,z)=x^2+2y^2+bz^2-2xy+2xz+2ayz;\ a\in R$

a) ¿Para qué valores de $a,b\in R$, ¿es una forma cuadrática en R?
b) ¿Para qué valores de $a,b\in R$, ¿es una función convexa en R?
c) Para el valor de *a=3; b=1*, ¿Cuál es el valor de $D_{(-3,0,4)}f(1,0,1)$? ¿La dirección *v* = (-3, 0, 4) es una dirección de crecimiento de la función?

Código IMPAR

C) Analice la convexidad de la función $g(x,y)=e^x+e^y-x-y$.

D) Sea la familia de funciones $g(x,y)=x^2+y^2+axy+bx+cy;\ a,b\in R$

d) ¿Para qué valores de $a, b, c\in R$, ¿es una función convexa en R?
e) ¿Para qué valores de $a,b,c\in R$, se verifica que $g(1,1)=2;\nabla g(1,1)=(2,-2)$?
f) Sabiendo que $\nabla g(1,1)=(2,-2)$ ¿Cuál es el valor de $D_{(-3,4)}g(1,1)$?

BLOQUE C – Preguntas de Programación Matemática (8,0 PUNTOS)

Código PAR

4. Respecto a la función: $f(x,y)=27x-\dfrac{x^3}{9}-2y^2+y^4$

Clasifique los siguientes puntos:

A) $(-9,1)$ B) $(3,1)$ C) $(-9,0)$
D) $(-3,1)$ E) $(9,0)$

Código IMPAR

5. Respecto a la función: $f(x,y)=12x-\dfrac{x^3}{4}-18y^2+y^4$

Clasifique los siguientes puntos:

A) $(4,0)$ B) $(2,-3)$ C) $(-4,3)$
D) $(4,3)$ E) $(-4,0)$

Código IMPAR

6. **Respecto a la función** $f(x, y, z) = 2x - 4y + x^2y + z$ **sujeto a las condiciones:**
$g(x, y) = 16 - x^2 + y = 0 ; h(x, y, z) = -1 + x - y + z = 0$
Diga si es V o F las siguientes proposiciones:

A) (0; -16; 15) ES UN MÍNIMO RELATIVO

B) (3; -7; -9) ES UN PUNTO SILLA

C) (2; -7; -3) NO SE SABE QUÉ PUNTO CRÍTICO ES

D) (-2; -7; -9) ES UN MÁXIMO RELATIVO

E) (-3; -7; -3) no es un punto crítico

Código PAR

7. **Respecto a la función** $f(x, y, z) = x - 2y + x^2y + z$ **sujeto a las condiciones:**
$g(x, y) = 17 - x^2 + y ; h(x, y, z) = -1 + x - y + z$
Diga si es V o F las siguientes proposiciones:

F) (-3; -8; -4) ES UN MÍNIMO RELATIVO

G) (0; -17; -16) ES UN PUNTO SILLA

H) (-8; -13; -4) NO SE SABE QUÉ PUNTO CRÍTICO ES

I) (3; -8; -10) ES UN MÁXIMO RELATIVO

J) (8; -8; -10) no es un punto crítico.

Solucionario